السؤال الأول: (٢٥ درجة)

بما أن $x=3.034\ ,\ y=2.57$، فإن $\delta_x \le 0.0005$ و $\delta_y \le 0.005$. و يكون $$z=\frac{xy-1}{x^2+y^2}=\frac{3.034\times 2.57-1}{(3.034)^2+(2.57)^2}\approx 0.4299$$ و يكون $$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y\left(x^2+y^2\right)-2x\left(xy-1\right)}{\left(x^2+y^2\right)^2}=\frac{y^3-x^2y+2x}{\left(x^2+y^2\right)^2}$$ $$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{x\left(x^2+y^2\right)-2y\left(xy-1\right)}{\left(x^2+y^2\right)^2}=\frac{x^3-y^2x+2y}{\left(x^2+y^2\right)^2}$$ و يعطى الخطأ المطلق في تقدير الدالة z بالعلاقة $$\delta_z \le \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x,y)}\times\delta_x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x,y)}\times\delta_y$$ $$\le\left|\frac{(2.57)^3-(3.034)^2(2.57)+2(3.034)}{\left((3.034)^2+(2.57)^2\right)^2}\right|\times 0.0005+\left|\frac{(3.034)^3-(2.57)^2(3.034)+2(2.57)}{\left((3.034)^2+(2.57)^2\right)^2}\right|\times 0.005$$ $$\le 0.00026$$ و هو الخطأ المطلق الأعظمي المطلوب. أما الخطأ النسبي فهو $$e_z \le \frac{\delta_z}{|z|}=\frac{0.00026}{|0.4299|}\approx 0.0006$$	٢٥ درجة

السؤال الثاني: (٢٥ درجة)

لنضع $x=Sin^{-1}(0.4)$، فيكون $Sin(x)=0.4$، ويكون $Sin(x)-0.4=0$. لذلك نضع $f(x)=Sin(x)-0.4$ ونطبق طريقة نيوتن – رافسون التي يعطى فيها الحل التقريبي بالعلاقة $$x_n=x_{n-1}-\frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}=x_{n-1}-\frac{Sin(x_{n-1})-0.4}{Cos(x_{n-1})}\quad ;\quad n\ge 1$$ حيث نضع $x_0=1$ والخطأ $\varepsilon=0.01$.	١٥ درجة

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي

فنحصل على القيم المتتالية التالية: n | x_n | $\lvert x_n - x_{n-1}\rvert$ 0 | 1 | 1 | 0.183 | 0.817 2 | 0.405 | 0.222 3 | 0.412 | 0.007 وبالتالي فإن الجذر التقريبي المطلوب هو: $Sin^{-1}(2) \approx x_4 = 0.412$.	١٠ درجات

السؤال الثالث: (٢٥ درجة)

نعين أولاً مضاريب لاغرانج من الدرجة الثالثة الموافقة للدالة المعطاة، كما يلي $L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} = \frac{(x-0)(x-1)(x-2)}{(-1-0)(-1-1)(-1-2)} = -\frac{1}{6}(x^3-3x^2+2x)$ $L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(0+1)(0-1)(0-2)} = \frac{1}{2}(x^3-2x^2-x+2)$ $L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x+1)(x-0)(x-2)}{(1+1)(1-0)(1-2)} = -\frac{1}{2}(x^3-x^2-2x)$ $L_3(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x+1)(x-0)(x-1)}{(2+1)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{6}(x^3-x)$ وتصبح كثيرة حدود استيفاء لاغرانج بالشكل $p(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) + y_3 L_3(x)$ $= -\frac{2}{6}(x^3-3x^2+2x) + \frac{1}{2}(x^3-2x^2-x+2) - \frac{2}{2}(x^3-x^2-2x) - \frac{1}{6}(x^3-x)$ $= -x^3 + x^2 + x + 1$	٢٠ درجة

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي

أما القيمة التقريبية للتكامل المطلوب باستخدام طريقة أشباه المنحرفات، فتحسب باستخدام العلاقة $S=\frac{h}{2}\left[y_0+2\sum_{i=1}^{n-1}y_i+y_n\right]=\frac{1}{2}\left[y_0+2(y_1+y_2)+y_3\right]=\frac{1}{2}\left[2+2(1+2)-1\right]=\frac{7}{2}$	٥ درجات

السؤال الرابع: (٢٥ درجة)

بملاحظة أن $\left\|f'(x)\right\|=1/x^2$ وهي دالة متناقصة على مجال التكامل، نستنتج أن $M=\underset{x\in[2,3]}{Max}\left\|f'(x)\right\|=\left\|f'(2)\right\|=\frac{1}{4}$ و بالتالي نستنتج أنه حتى لا يتجاوز الخطأ المطلق المقدار 0.1، يجب أن يكون $\frac{b-a}{2}hM\le 0.1 \Rightarrow \frac{3-2}{2}h\times\frac{1}{4}\le 0.1 \Rightarrow h\le 0.8 \Rightarrow n=\frac{b-a}{h}=\frac{1}{h}\ge\frac{1}{0.8}=1.25$ لذلك نختار قيمة n بحيث تكون أصغر عدد صحيح يحقق المتراجحة السابقة وهي القيمة $n=2$، وبالتالي نختار $h=\frac{b-a}{n}=0.5$.	١٤ درجة
نعين نقاط الارتكاز لحساب التكامل، وهي $x_0=a=2 \quad , \quad x_1=x_0+h=2.5 \quad , \quad x_2=x_1+h=3=b$ ونشكل جدول بقيم دالة التكامل في نقاط الارتكاز، كما يلي: x: 2 | 2.5 | 3 $f(x)$: 0.5 | 0.4 | 0.33	٦ درجات
وبالتالي تصبح القيمة التقريبية للتكامل المعطى هي $S\approx h\sum_{i=0}^{n-1}y_i=0.5\sum_{i=0}^{1}y_i=0.5\left[y_0+y_1\right]=0.5\left[0.5+0.4\right]=0.5\times 0.9=0.45$	٥ درجات

انتهى سلم التصحيح (ثلاث صفحات)

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي